

**DR. KOVÁCS TAMÁS – LOVASNÉ DR. AVATÓ JUDIT
– SZOBONYA RÉKA**

Statisztika I.

Példatár

Szerkesztette
SÁNDORNÉ DR. KRISZT ÉVA

Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó, Budapest

A kötet szerzői a Budapesti Gazdasági Főiskola oktatói

© Sándorné dr. Kriszt Éva, dr. Kovács Tamás, Lovasné dr. Avató Judit, Szobonya Réka,
Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó Zrt., Budapest, 2013

Lektorálta:
Sándorné dr. Kriszt Éva

ISBN 978-963-19-7308-2

Minden jog fenntartva. A mű egészének vagy bármely részének mechanikus, illetve elektronikus másolása, sokszorosítása, valamint információszolgáltató rendszerben való tárolása és továbbítása a Kiadó előzetes írásbeli engedélyéhez kötött

Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó Zrt.
a Sanoma company
www.ntk.hu

Vevőszolgálat: info@ntk.hu
Telefon: 06-80-200-788

A kiadásért felel: Kiss János Tamás vezérigazgató

Raktári szám: 42691

Felelős szerkesztő: Bánki Lászlóné

Műszaki igazgató: Babicsné Vasvári Etelka

Műszaki szerkesztő: Dobó Nándor

Nyomda:

Felelős vezető:

Terjedelem: 37,18 (A/5) ív

Első kiadás, 2013

TARTALOMJEGYZÉK

Előszó.....	7
I. FELADATOK	9
1. A statisztika alapfogalmai	9
Elemzés viszonyyszámokkal	12
2. A mennyiségi ismérv szerinti elemzés	43
3. A sokaságok több ismérv szerinti vizsgálata, a statisztikai táblák elemzése	64
4. Összetett intenzitási viszonyyszámok összehasonlítása	93
5. Érték-, ár- és volumenindexek	113
II. MEGOLDÁSOK	135
1. A statisztika alapfogalmai	135
Elemzés viszonyyszámokkal	137
2. A mennyiségi ismérv szerinti elemzés	182
3. A sokaságok több ismérv szerinti vizsgálata, a statisztikai táblák elemzése	244
4. Összetett intenzitási viszonyyszámok összehasonlítása	292
5. Érték-, ár- és volumenindexek	314
III. BEMUTATÓPÉLDÁK	340
1. Viszonyyszámok szerinti elemzés	340
2. A mennyiségi ismérv szerinti elemzés	370
3. Sztochasztikus kapcsolatok vizsgálatának módszere	389
4. Standardizáláson alapuló indexszámítás, valamint érték-, ár- és volumenindex-számítás módszere	398

ELŐSZÓ

Ez a kiadvány szorosan kapcsolódik a Statisztika I. módszertani tankönyvhöz. Célja az elméleti megalapozást követően a módszertani eszközök felhasználásának segítése, a gyakorlati példák bemutatása, a begyakorlás segítése annak érdekében, hogy a felhasználók kellő jártasságot szerezhessenek az alkalmazásokban. A példatár felépítése követi a tankönyvét. Az egyes fejezeteken belül találunk teljesen kidolgozott példákat és önállóan megoldandó feladatokat egyaránt. A mű igazodik azokhoz az elvárásokhoz, amelyek a felsőoktatási alapképzésben, különösen az üzleti szakokon a számonkérésben megjelennek: azaz segíti az elméleti tudás ellenőrzését, de az ismeretek kreatív elsajátításának kontrollálására is szolgál.

A feladatok megoldását külön fejezetben találjuk, ösztönözve ezzel az önálló munkát, de emellett módot adva az önellenőrzésre is. A példatár tartalmaz olyan típusú feladatokat is, amelyek lehetőséget biztosítanak a valódi, a gyakorlati életből vett helyzetek bemutatására, és a közölt alapadatok segítségével a számítástechnikai módszerek és eszközök használata is megismerhető. Fontos részét képezi a példatárnak az esettanulmány jellegű, összefoglaló bemutatópéldákat tartalmazó utolsó fejezet. Az itt található példák jól használhatók a tanultak szintetizálására, kell az egyes fejezetek feldolgozása során elsajátított statisztikai módszerek és eljárások komplex alkalmazására.

Ez a példatár – kiegészítve a Statisztika I. módszertani alapkönyvet – első sorban a gazdaságtudományok képzési területéhez, ezen belül különösen az üzleti képzéshez tartozó felsőoktatási alapszakok leíró statisztikai tananyagának elsajátítását segíti. Ugyanakkor jól használható a társadalomtudományi és a gazdasági informatikus képzések esetében, és a gyakorlatban dolgozó szakemberek is haszonnal forgathatják.

A tankönyvet és a példatárt különösen azoknak ajánljuk, akik nem rendelkeznek előismeretekkel a statisztikai módszertanból. A számok világának megismerése, a statisztika nyelvének elsajátítása elengedhetetlen az üzleti tanulmányok folytatásához, de megítélésünk szerint a mindennapokban való eligazodáshoz is. Önállóan a példatár csak azok számára használható, akik már rendelkeznek az elméleti alapokkal. Ezért a tankönyv és a példatár együttes használatát javasoljuk azok számára, akik szeretnék megismerni és elsajátítani a legfontosabb statisztikai módszereket. Ezekre épül a készülő Statisztika II. tankönyv és az ahhoz kapcsolódó példatár, amelyekben a matematikai statisztikai módszerekkel ismerkedhetnek meg.

Arra törekedtünk, hogy a felhasználók sikeresen és eredményesen forgassák az egymást kiegészítő Statisztikai I. tankönyvet és a Statisztika I. példatárat, találják meg bennük a statisztikai módszertan szépségét, érdekességét és hasznosságát; valamint szerezzenek olyan jártasságot a módszertanban, amely eligazít a számok világában és hozzásegít a statisztikai módszerek biztos alkalmazásához.

A szerzők

I. FELADATOK

1. A statisztika alapfogalmai

1.

Az alábbiakban definiált sokaságoknak állapítsa meg a típusát (véges – végtelen; álló – mozgó), és döntésének megfelelően egészítse ki a definíciókat egy időponttal, vagy időszakkal!

- a) a BGF egyik karán Statisztika I. tárgyat hallgatók
- b) egy kft. értékesítési árbevétele
- c) az érettségi vizsgával rendelkezők
- d) összeszerelt, kiszállításra váró mosógépek egy üzem raktárában
- e) a Baross téri dugóban álló gépjárművek
- f) egy kereskedelmi bankban elhelyezett lakossági betétek
- g) a gazdasági válság miatt megszűnt vállalkozások a Közép-magyarországi régióban
- h) Magyarországról az EU–15-be exportált libamájkonzervek

2.

Az alábbiakban olvasható meghatározásokról döntse el, hogy azok egy sokaságot definiálnak, a sokaság egy-egy egyedére vonatkoznak, vagy statisztikai adatok! A sokaságok esetében határozza meg a sokaság típusát is, az adatok esetében pedig azt, hogy abszolút számokról, vagy leszámaztatott értékekről van szó!

- a) az épület előtti parkolóban álló autók
- b) CR által a portugál válogatottban rúgott gólok száma
- c) az épület előtti parkolóban álló autók közül az Opelek aránya
- d) a Statisztika I. tárgy G 12-es csoportjába járó egy-egy hallgató
- e) CR által a portugál válogatottban rúgott gólok közül a közönség szavazatai alapján a legszebb
- f) egy kereskedelmi bankban elhelyezett átlagos lakossági betétállomány
- g) egy hipermarketben a hétfévi bevásárlás alatt egy-egy vásárló által elköltött összegek
- h) az épület előtti parkolóban álló egy-egy autó
- i) a Statisztika I. tárgy G 12-es csoportjába járó hallgatók átlagos zárthelyi pontszáma
- j) a délelőtti műszakban legyártott selejtes alkatrészek

3.

A következő ismérvekről döntse el, hogy milyen típusúak, illetve mennyiségi ismérvek esetén állapítsa meg azt is, hogy az adott ismérv diszkrét, vagy folytonos!

- a) születési dátum
- b) testvérek száma
- c) hajszín
- d) lábméret
- e) beruházások anyagköltsége
- f) export célországok
- g) konzervek minőségmegőrzési ideje
- h) Magyarország NUTS rendszer szerinti régiói
- i) Statisztika I. tárgyat felvett hallgatók száma
- j) főiskola tulajdonában álló autók országúti fogyasztása

4.

A felsorolt lenti ismérvekről döntse el, hogy milyen típusúak, illetve mennyiségi ismérvek esetén állapítsa meg azt is, hogy az adott ismérv diszkrét, vagy folytonos! Valamennyi ismérvhez definiáljon két-két sokaságot úgy, hogy az egyik esetben közös, a másik esetben megkülönböztető legyen az adott ismérv! A megkülönböztető esetben döntse el, hogy alternatív, vagy több ismérvváltozatos ismérvről van szó!

- a) autók színe
- b) nem
- c) egy nap alatt elszívott cigaretta darabszáma
- d) születési hely
- e) vállalkozások exportárbevétele
- f) vállalkozások éves átlagos statisztikai létszáma
- g) aktív sportolók testmagassága
- h) vállalkozások havi áfabevallóvá történő átsorolásának időpontja

5.

Adott a következő sokaság: 2013. január 1-jén bejegyzett, vagy regisztrált működő egyéni és társas vállalkozások Magyarországon.

Feladat:

Töltse ki a következő táblázat rovatait a sokaság kapcsán úgy, hogy valamennyi ismérv esetében legalább két-két példát írjon! A megkülönböztető ismérvtípusoknál valamennyi ismérv esetében írjon legalább egy alternatív és egy több ismérvváltozatos példát is!

Ismérvtípusok		Közös	Megkülönböztető
Mennyiségi	diszkrét		
	folytonos		
Minőségi			
Időbeli			
Területi			

6.

Adott a következő sokaság: A világ kávétermelő országainak kávéexportja 2013-ban.

Feladat:

Töltse ki az alábbi táblázat rovatait a sokaság kapcsán úgy, hogy valamennyi ismérv esetében legalább két-két példát írjon! A megkülönböztető ismérvtípusoknál valamennyi ismérv esetében írjon legalább egy alternatív és egy több ismérvváltozatos példát is!

Ismérvtípusok		Közös	Megkülönböztető
Mennyiségi	diszkrét		
	folytonos		
Minőségi			
Időbeli			
Területi			

7.

A felsorolt ismérvekről döntse el, hogy milyen típusúak, illetve mennyiségi ismérvek esetén állapítsa meg azt is, hogy az adott ismérv diszkrét, vagy folytonos! Határozza meg azt is, hogy az egyes ismérvek milyen skálán mérhetők!

- a) államigazgatási szerveknél a diplomások száma
- b) a nézők véleménye egy színházi darabról az előadás végén
- c) egy gerelyhajító versenyen a versenyzők teljesítménye
- d) az OEP által biztosítottak TAJ-száma
- e) folyadékok forráspontja
- f) egy üzem dolgozóinak termelékenysége
- g) egy gerelyhajító versenyen a versenyzők helyezései
- h) vizsgadolgozatok pontszáma
- i) vizsgadolgozatra kapott érdemjegyek
- j) tengerszint feletti magasság
- k) vállalkozások székhelye
- l) lisztes zsákok súlya
- m) sportolók mezzsáma

8.

A felsorolt ismérvekről döntse el, hogy milyen típusúak, illetve mennyiségi ismérvek esetén állapítsa meg azt is, hogy az adott ismerv diszkrét, vagy folytonos! Határozza meg azt is, hogy az egyes ismérvek milyen skálán mérhetők!

- a) éttermek besorolása kategóriák szerint
- b) családi pótlék összege
- c) gépjárművek forgalomba helyezési időpontja
- d) személyi igazolvány száma
- e) nemek
- f) légnyomás
- g) ezer lakosra jutó kórházi ágyak száma
- h) a csoport hallgatóinak életkora
- i) hőmérséklet
- j) konzervek névleges töltőtömege
- k) adott márkájú hajfestékek színek kódjai
- l) külföldiek által eltöltött vendégéjszakák száma

9.

Az 5. és 6. feladatban kitalált ismérvek mindegyikéhez rendelje hozzá a megfelelő mérési skálát!

Elemzés viszonszámokkal

10.

Adottak a következő, viszonszámokat is tartalmazó információk:

- a) Egy 25 fős csoportban az egy lányra jutó fiúk száma 1,5.
- b) Az egyik régióközponti kórházban, ahol 150 orvos dolgozik, az egy orvosra jutó betegek száma 12,7 fő.
- c) Egy termelővállalatnál a fizikai tevékenységet végzőknél az egy alapfokú végzettségűre jutó érettségizettek száma 0,35 fő. A fizikai dolgozók létszáma 270 fő.
- d) Egy vállalkozásnál a tavalyi év 5,5 MFt/fő termelékenységéhez képest az idei évre előírt termelékenységnövekedés 7%-os.
- e) 2013-ban a magyar mezőgazdaság részesedése hazánk exportárbevételéből 32% volt.
- f) A tavalyi évben egy országban 250 000 gyermek született, így az ország születési arányszáma 13,5‰ volt.
- g) A munkanélküliségi ráta az egyik kelet-magyarországi megyében 12,5% volt tavaly év végén, ami az idei év végére egy százalékponttal csökkent. Eközben a munkanélküliek száma 0,7%-kal, azaz 2800 fővel csökkent.
- h) Szabolcs-Szatmár-Bereg megye munkanélküliségi rátája Veszprém megyéhez képest 35%-kal magasabb.

- i) Egy autókereskedés a tavalyi évre tervezett 5500 darabos értékesítést majdnem teljesítette, mindössze 1,2%-kal maradt el tőle.
- j) Egy állattenyésztéssel foglalkozó cég 2012-ben és 2013-ban összesen 3990 csomag libamáját exportált Franciaországba, ezzel 2012-höz képest 10%-kal nőtt az export mennyisége.
- k) Magyarország 93 036 km²-es területén a népsűrűség 107,29 fő/km² volt 2011. október 1-jén.
- l) A londoni olimpia alatt elvégzett 6250 doppingtesztből mindössze 1,12% lett pozitív.
- m) Egy vállalkozásnál 2012-ben összesen 10 250 darab terméket szereltek össze a dolgozók. 2013-ra a termelékenység 10%-kal, azaz 41 db/fővel növekedett, miközben a dolgozók létszáma nem változott.

Feladat:

A fenti meghatározások mindegyikénél állapítsa meg, hogy

- milyen típusú a viszonyszám,
- mi található a számlálójában, és annak mi a mértékegysége,
- mi található a nevezőjében, és annak mi a mértékegysége,
- számszerűen mennyi a számláló és nevező értéke,
- mennyi a viszonyszám értéke, és mi a mértékegysége!

A feladat megválaszolásához használja az alábbi sémát:

A viszonyszám típusa:

Kiszámítás módja: $V = \frac{\text{szövegesen}}{\text{számmal}} = \frac{\text{szövegesen}}{\text{számmal}} = \frac{\text{érték}}{\text{érték}}$

11.

Az állami költségvetés és a helyi önkormányzatok bevételeinek egyik jelentős forrását az illetékek képezik, melyeknek két fő típusát a vagyonszerzési és az eljárási illetékek alkotják. Az illetékbevételek alakulását mutatja 2006–2010 között az alábbi tábla (milliárd Ft):

Illetékek típusa	2006	2007	2008	2009	2010
Vagyonszerzési illeték	134,6	130,6	147,9	126,9	81,9
öröklési	13,0	10,8	12,2	5,4	3,9
ajándékozási	2,7	2,4	2,8	3,2	1,9
visszterhes ingatlanátruházási	98,0	98,2	109,8	102,0	62,0
visszterhes gépjármű-átruházási	20,9	19,2	23,1	16,3	14,1
Eljárási illeték	47,6	46,7	49,0	45,5	43,2
Összesen	182,2	177,3	196,9	172,4	125,1

Forrás: HVG 2009. február 14-i szám, 72. oldal és www.hvg.hu (2011. 01. 19.)

Feladat:

- a) Milyen sorokat tartalmaz, és milyen típusú a tábla? Milyen típusú viszonzyszámokat tud a tábla adatai alapján kiszámítani? (Írjon mindegyik típusra legalább egy példát!)
- b) Vizsgálja meg megfelelő viszonzyszámokkal, hogy a teljes illetékbevételnek mekkora részét teszik ki az egyes években a vagyonszerzési és az eljárási illetékek! Elemezze szövegesen a kapott mutatókat! Milyen diagramon ábrázolná a kiszámított mutatókat?
- c) Határozza meg, hogy a vagyonszerzési illetékeknek mekkora részét tette ki 2006–2010 között az ingyenes vagyonszerzésekhez, illetve a visszerthes ügyletekhez kapcsolódóan befizetett illeték! Ebben az esetben milyen viszonzyszámokat számított ki?
- d) Elemezze dinamikus viszonzyszámok segítségével az egyes illetéktípusok értékének alakulását 2006–2010 között!

12.

Egy megye négy városa lakosságának nemek szerinti összetételéről az alábbi adatokat ismerjük:

Város	Férfiak száma (ezer fő)	Nők száma (ezer fő)	1000 férfira jutó nők száma	A nők aránya az összlakosság %-ában
A	42	44
B	36	...	1056	...
C	...	26	...	52,0
D	1021	...
Összesen	150

Feladat:

- a) Határozza meg a táblában található sorok, illetve a tábla típusát!
- b) Milyen viszonzyszámokat lát a táblában, illetve milyen viszonzyszámokat tud képezni a táblában szereplő adatokból? Írjon mindegyik típusra egy példát a táblából!
- c) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!
- d) Mennyi a férfiak aránya a négy városban együttesen?
- e) Mennyi az 1000 férfira jutó nők átlagos száma a négy városban? Határozza meg ezt a mutatót többféleképpen!

13.

Az alábbi táblában a magyarországi kereskedelmi szálláshelyeken eltöltött vendégjszakák számának alakulását láthatjuk 2013 februárjában (ezer db):

Országok	Kereskedelmi szálláshelyeken		Ebből: szállodában	
	2013. február	az előző év azonos időszaka = 100,0	2013. február	az előző év azonos időszaka = 100,0
Külföld összesen	489	108,5	54	98,6
Ebből:				
<i>Európa</i>	431	108,0	51	99,0
Ebből:				
Ausztria	56	102,0	10	90,7
Belgium	9	135,9	0	246,7
Csehország	26	119,2	2	124,3
Dánia	5	131,5	0	149,2
Egyesült Királyság	43	147,1	1	143,5
Franciaország	22	97,2	1	100,1
Hollandia	12	110,5	1	279,9
Lengyelország	11	116,0	1	127,5
Németország	71	93,5	16	81,2
Olaszország	28	128,8	1	94,3
Oroszország	23	95,2	9	144,1
Románia	21	97,4	2	102,5
Spanyolország	11	117,9	0	100,6
Svájc	9	101,6	1	82,3
Svédország	10	132,1	0	96,4
Szlovákia	13	94,2	2	132,2
Ukrajna	9	106,7	1	94,5
Európai Unió	357	109,1	38	92,8
<i>Ázsia</i>	32	113,8	3	91,3
Ebből:				
Izrael	5	121,3	1	152,1
Japán	10	104,9	1	93,4
<i>Amerika</i>	22	108,5	1	97,5
Ebből:				
USA	14	97,3	0	99,0
Belföld összesen	499	104,0	54	106,5
Mindösszesen	988	106,2	108	102,4

Forrás: www.ksh.hu (2013. 04. 10.)

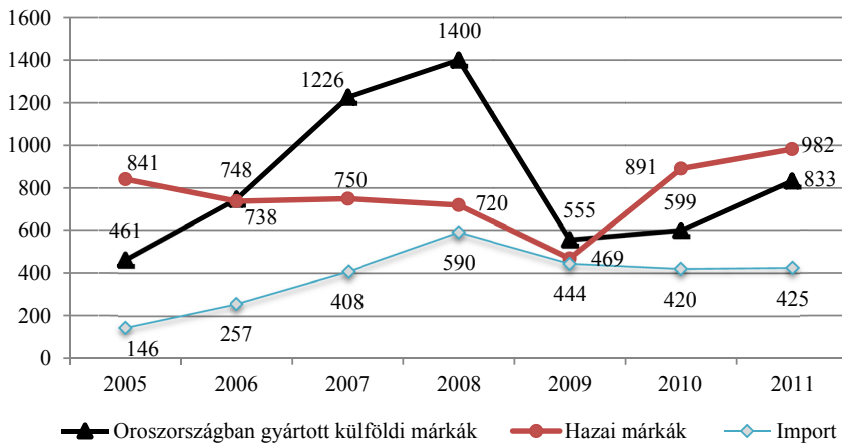
Feladat:

- Milyen sorokat tartalmaz, és milyen típusú a tábla? Milyen típusú viszonzyszámokat tud a tábla adatai alapján kiszámítani? (Írjon mindegyik típusra legalább egy példát!)
- Vizsgálja meg, hogy melyik három országból érkezettek töltötték el a legtöbb vendégéjszakát 2013 februárjában! Megfelelő viszonzyszámokkal mutassa be, hogy ezen külföldiek által eltöltött vendégéjszakák mekkora részét teszik ki az EU-ból érkezettek, illetve az összes külföldi által eltöltött vendégéjszakák számának!
- Vizsgálja meg, hogy az Európából érkezettek vendégéjszakaszáma hány-szorosa az Ázsiából, illetve Amerikából érkezettekének 2013 februárjában!
- Vizsgálja meg a külföldiek és belföldiek arányát a kereskedelmi szálláshelyeken, illetve ezen belül a szállodai szálláshelyeken 2012. és 2013. februárban egyaránt! Elemezze a kapott viszonzyszámokat!

14.

Az alábbi ábra az autóeladások számának alakulását mutatja Oroszországban 2005–2011 között, az autók származása szerinti bontásban (ezer db):

Újautó-eladások alakulása Oroszországban



Forrás: HVG 2009. január 17-i szám, 73. oldal és www.nol.hu (2012. 02. 22.)

Feladat:

- Milyen típusú a közölt ábra? Milyen statisztikai sorokat tudna az ábra alapján szerkeszteni? Milyen típusú viszonzyszámokat tud az egyes sorok adatai alapján kiszámítani? (Írjon mindegyik típusra legalább egy példát!)

- b) Vizsgálja meg megfelelő viszonyszámokkal az Oroszországban gyártott hazai, külföldi, illetve az importmárkák arányának alakulását 2005–2011 között! Milyen tendenciát tapasztal, milyen következtetést vonna le?
- c) Határozza meg az egy importgépkocsira jutó hazai, illetve Oroszországban gyártott külföldi márkák számának alakulását a 2005–2011 közötti időszakokra! Elemezze a kapott értékeket!
- d) Vizsgálja meg az orosz piacon eladott gépjárművek összdarabszámának 2005–2011 közötti alakulását dinamikus viszonyszámok segítségével!

15.

Egy vállalat adott osztályáról ismert, hogy a dohányzók 75%-a, a dolgozóknak pedig 40%-a férfi, továbbá az, hogy az osztályon dolgozók 30%-a dohányzik.

Feladat:

- a) Határozza meg, hogy a vállalat adott osztályán a férfiak hány %-a dohányzik!
- b) Milyen típusúak az említett viszonyszámok, és milyen skálán mérjük ezek értékét?

16.

2012. január 1-jén a 40 év alatti népességben átlagosan 1000 férfira 967, a 40 év feletti népességben 1257 nő jutott. Tudjuk azt is, hogy 2012. január 1-jén a 40 év alatti női népesség aránya a teljes női népességhez viszonyítva 52% volt.

Feladat:

- a) Milyen viszonyszámokat közöltek a feladatban, illetve milyen további viszonyszámokat tud kiszámítani a megadott adatokból? Értelmezze a kiszámított mutatókat!
- b) Milyen skálán mérné az 1000 férfira jutó nők számának mutatóját?
- c) Határozza meg az egész népességre vonatkozóan az 1000 férfira jutó nők számát 2012. január 1-jén!

2. A mennyiségi ismerv szerinti elemzés

49.

A Fogyasztóvédelmi Felügyelet több tagja próbavásárlást végzett ugyanannál a piaci kereskedőnél annak megállapítására, hogy az illető szabálytalan méréssel nem károsítja-e meg a vevőket. Mind a 12 próbavásárlásnál a kereskedő által előre csomagolt 1 kg névleges tömegű savanyú káposztát vették meg a Felügyelet dolgozóitól, akik aztán egy hitelesített mérlegen lemérték a tényleges tömegeket (adatok grammokban):

995	1007	1003	981	998	1010
975	986	1007	1002	997	1007

Feladat:

- Vizsgálja meg középértékekkel a megvásárolt csomagok tömegét! Ön szerint megfelelően járt el a kereskedő?
- Mennyire különböznek a megfigyelt értékek az átlagtól? Ön szerint ez az eltérés jelentős? Válaszát megfelelő mutatóval támassza alá!
- Mennyire szimmetrikus a megfigyelt tömegek eloszlása? Mire következtet ebből?

50.

2012 júniusa legendásan forró volt, a hallgatóknak nem csak a vizsgák miatt volt melegük. Egy szorgalmas – és a meteorológia iránt érdeklődő hallgató – naponként feljegyezte a napi csúcshőmérsékleteket (adatok °C-ban):

23	25	25	27	29	31	31	30	29	31
32	33	28	26	25	25	26	30	31	31
32	31	30	29	31	28	25	26	30	31

Feladat:

- Jellemezze szövegesen az ismert eloszlásjellemzők – középértékek, szórádás és aszimmetria – kiszámítása alapján a napi csúcshőmérsékletek alakulását!

Számítási részeredmény: $\sum (X_i - \bar{X})^2 = 216,3$.

- Határozza meg a kvartilis eloszlást!

51.

Egy szórakoztató elektronikai termékek javításával foglalkozó vállalkozásnál felmérést végeztek egy adott gyártmányú termék működőképességének és meghibásodásainak alakulásáról. Feljegyezték az összes, hozzájuk javításra bevitt – azonos gyártmányú – termék működési idejét az első meghibásodásig (adatok hónapban):

22	19	11	34	26	9	14	32	6	15
16	26	30	26	18	7	11	19	9	10

Feladat:

- Jellemezze szövegesen az ismert eloszlásjellemzők – középértékek, szóródás és aszimmetria – kiszámítása alapján a meghibásodások eloszlását!
- Határozza meg a kvartilis eloszlást!

52.

Egy főiskolai hallgató egymást követő 14 napon keresztül feljegyezte, hogy reggel mennyit kell várnia a buszra a megállóban (adatok percben):

7	3	2,5	16	11,5	1,5	3
5	9	2	3	5	6	2

Feladat:

- Jellemezze a várakozási idő alakulását az alap eloszlásjellemzőkkel (átlag, módusz, medián, szórás, relatív szórás és a Pearson-féle aszimmetriamutató), és értelmezze azokat!
- Határozza meg a várakozási idő kvartilis értékeit, az aszimmetria F mutatóját, és értelmezze azokat!
- Készítse el a várakozási idők alakulását mutató Box&Whiskers ábrát (ügyeljen a nagyjából arányos ábrázolásra!), és részletesen elemezze, mit lát az ábrán, valamint a látottakat támassza alá megfelelő mutatókkal!
- Határozza meg a várakozási idők koncentrációjának mértékét, ha ismert, hogy a 14 adat egymástól vett átlagos abszolút különbsége 4,19 perc!

53.

Egy cukrászda kísérleti jelleggel a város másik pontján szabadtéri kávézóteraszt nyitott egy idegenforgalmilag kedvelt nevezetesség mellett. Júliusban valamenyny napon nyitva voltak, és megfigyelték a naponta megforduló fogyasztó vendégek számát. A megfigyelések sorrendjében a következő létszámokat rögzítették (adatok főben):

271	253	259
375	261	311
311	344	153
307	302	358
230	137	300
241	366	360
143	200	138
234	266	311
184	233	342
315	311	258
131		

Feladat:

- a) Jellemezze a vendégek számának alakulását az alap eloszlásjellemzőkkel (átlag, módusz, medián, szórás, relatív szórás és a Pearson-féle aszimmetriamutató), és értelmezze azokat!

$$\text{Számítási részeredmény: } \sum (X_i - \bar{X})^2 = 160\,215.$$

- b) Határozza meg a vendégek számának kvartilis értékeit, a terjedelem és interkvartilis terjedelem mutatókat, valamint az aszimmetria F mutatóját, és értelmezze azokat!
- c) Vesse össze a kétféle aszimmetriamutatót! Mit tapasztal? Magyarázza meg az eltérés okát!
- d) Készítse el a várakozási idők alakulását mutató Box&Whiskers ábrát (ügyeljen a nagyjából arányos ábrázolásra!), és részletesen elemezze, mit lát az ábrán, valamint a látottakat támassza alá megfelelő mutatókkal!
- e) Határozza meg az átlagos abszolút eltérés mutatót, értelmezze és vesse össze a szórás értékével! Mi az oka az eltérésnek?

$$\text{Számítási részeredmény: } \sum |X_i - \bar{X}| = 1830,32.$$

- f) Határozza meg és értelmezze a Gini-féle mutatót, majd ennek segítségével vizsgálja meg a vendégek számának koncentrációját!

$$\text{Számítási részeredmény: } \sum |X_i - X_j| = 77\,976.$$

III. BEMUTATÓPÉLDÁK

1. Viszonyszámok szerinti elemzés

Egy közel ezer főt foglalkoztató tejipari cég humán erőforrás és számviteli osztályától a következő alapvető adatokat kaptuk a személyi állomány és az eredmény alakulásáról az elmúlt öt évben. A személyi állományt szakképzettség szerint három csoportba sorolták: szakképzetlen fizikai dolgozók, szakképzett fizikai dolgozók és diplomával rendelkező szellemi foglalkoztatottak. Minden kategórián belül a nemek szerinti bontást is rendelkezésünkre bocsátották. Ezenkívül megkaptuk az értékesítés nettó árbevételének és a mérleg szerinti eredménynek a tervezett és tényleges alakulását is a 2008–2012 közötti időszakra.

I. TÁBLÁZAT

A cég személyi állományának eloszlása képzettség és nemek szerint 2008–2012 között (fő)

Év	Szakképzetlen			Szakképzett			Diplomás			Összesen		
	nő	férfi	összesen	nő	férfi	összesen	nő	férfi	összesen	nő	férfi	összesen
2008	85	145	230	190	324	514	20	8	28	295	477	772
2009	88	150	238	211	341	552	21	10	31	320	501	821
2010	92	161	253	245	367	612	21	11	32	358	539	897
2011	85	159	244	257	390	647	23	10	33	365	559	924
2012	80	152	232	283	402	685	20	9	29	383	563	946

2. TÁBLÁZAT

A cég tervezett és tényleges nettó árbevételének és mérleg szerinti eredményének alakulása 2008–2012 között (M Ft)

Év	Nettó árbevétel		Mérleg szerinti eredmény	
	tervezett	tényleges	tervezett	tényleges
2008	5150	5200	170	175
2009	5300	5415	200	210
2010	5500	5324	220	180
2011	5500	6080	210	223
2012	6100	6123	240	237

Az Ön feladata az, hogy minél részletesebben elemezze – viszonzyszámokkal, szövegesen és grafikusán is – a cég humán erőforrás-ellátottságát, valamint az eredménykategóriák teljesítését és mindezek időbeli alakulását.

Megoldás

Az elmúlt öt évre megadott adatok alapján hatféle viszonyszámot tudunk képezni, melyeknek a számítását, értelmezését és – ahol lehetséges – a grafikus ábrázolását részletesen ismertetjük.

Megoszlási viszonyszámok – összetett viszonyszám képzése részviszonyszámokból

Megoszlási viszonyszámot csak csoportosító sorból lehet számítani, mivel mindig egy részsokaság értékét viszonyítja a teljes sokaság értékéhez. Az *1. táblázatban* vízszintesen két csoportosító sort is találunk, mivel a munkavállalókat csoportosítottuk egyrészt szakképzettség, másrészt nemek szerint is. Ennek megfelelően megoszlási viszonyszámokat is többféleképpen számíthatunk, attól függően, hogy melyik csoportosításból indulunk ki.

Tekintsük először a nemek szerinti megoszlás vizsgálatát az egyes szakképzettségi csoportokon belül! Ekkor a következő megoszlási viszonyszámokat tudjuk képezni:

3. TÁBLÁZAT

A cég személyi állományának nemek szerinti megoszlása képzettségi kategóriák szerint 2008–2012 között (%)

Év	Szakképzetlen			Szakképzett			Diplomás			Összesen		
	nő	férfi	össze- sen	nő	férfi	össze- sen	nő	férfi	össze- sen	nő	férfi	össze- sen
2008	37,0	63,0	100	37,0	63,0	100	71,4	28,6	100	38,2	61,8	100
2009	37,0	63,0	100	38,2	61,8	100	67,7	32,3	100	39,0	61,0	100
2010	36,4	63,6	100	40,0	60,0	100	65,6	34,4	100	39,9	60,1	100
2011	34,8	65,2	100	39,7	60,3	100	69,7	30,3	100	39,5	60,5	100
2012	34,5	65,5	100	41,3	58,7	100	69,0	31,0	100	40,5	59,5	100

Mind a szakképzetlenek, szakképzettek és diplomások esetében egyformán történik a megoszlási viszonyszámok kiszámítása. Példaként nézzük meg a 2008. évre a szakképzetlen nők arányának kiszámítását az összes szakképzetlen dolgozó között (adatok az *1. táblázatból*).

A viszonyszámok általános jelölésével a nők aránya mutató a következő képlettel írható fel:

$$V = \frac{A}{B} = \frac{\text{Nők száma}}{\text{Összes dolgozó száma}}.$$

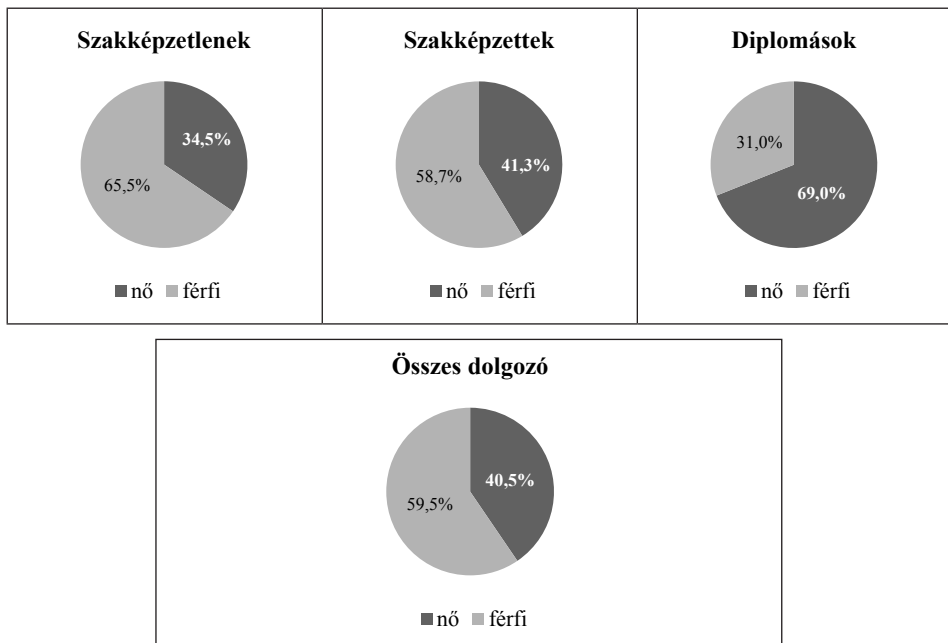
A példaként keresett mutató a 2008. évre ez alapján:

$$V = \frac{\text{Szakképzetlen nők}}{\text{Összes szakképzetlen dolgozó}} = \frac{85}{230} = 0,3695 \rightarrow 37,0\%.$$

Értelmezés: 2008-ban a szakképzetlen dolgozók 37%-a volt nő.

Értelemszerűen valamennyi szakkézettségi kategóriában a nők és a férfiak részarányának összege 100%. A 3. táblázatot áttekintve megállapítható, hogy a cég dolgozóinak többsége (kb. 60%-a) férfi, ami igaz a fizikai dolgozók körében is (szakképzetlenek és szakképzettek), viszont a diplomások körében pont fordított a helyzet.

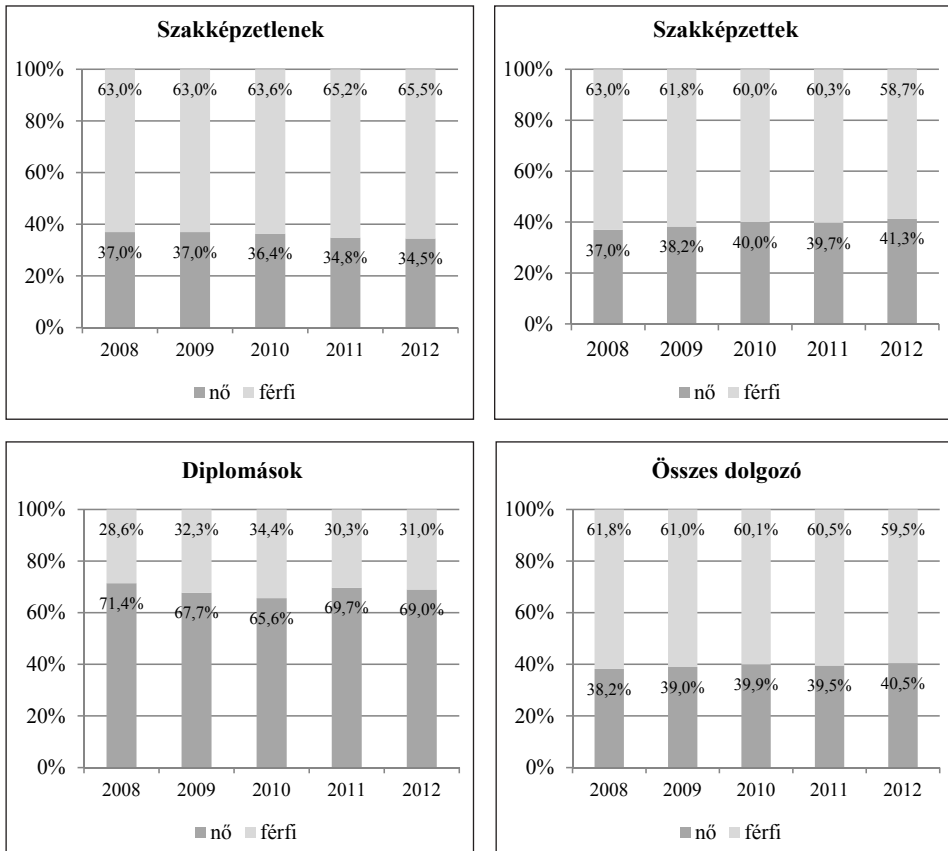
Ha ábrázolni szeretnénk a megoszlási viszonyszámokat, akkor elsődlegesen kördiagramot célszerű alkalmazni. Ábrázoljuk a legfrissebb, 2012-es adatok alapján a nemek szerinti megoszlást az egyes szakkézettségi kategóriákban külön-külön, illetve a dolgozók egészére is!



1. ÁBRA
*A cég személyi állományának nemek szerinti megoszlása
képzettségi kategóriák szerint 2012-ben*

Ami a nemek arányának az időbeli alakulását illeti, a szakképzetleneknél és a diplomásoknál kismértékben a férfiak felé, míg a szakképzetteknel kismértékben a nők felé tolódott el a létszám szerinti összetétel 2008 és 2012 között. Ha ábrázolni szeretnénk a megoszlási viszonyszámok időbeli alakulását, akkor célszerű ún. 100%-ig halmozott oszlopdiagramot alkalmazni. Ez a típusú ábra ugyan nem mutatja be az állománycsoportonkénti létszámadatok változásának dinamikáját (erre szolgál majd az 5. és 6. ábra), viszont jól szemlélteti a nemek

közötti létszamarányok változását. Ábrázoljuk a nemek szerinti megoszlás változását az egyes szakképzettségi kategóriákban külön-külön, illetve a dolgozók egészére is!



2. ÁBRA

A cég személyi állományának nemek szerinti megoszlása képzettségi kategóriák szerint 2008 és 2012 között

Külön szót kell ejteni a nők, illetve férfiak arányáról az *összes dolgozó körében*, mivel ezek *összetett viszonyszámok*. Ez azt jelenti, hogy a részviszonyszámoknak – azaz az állománycsoportonkénti nemek arányainak – a megfelelően súlyozott átlagaiként is kiszámíthatók. Példaként nézzük meg, hogyan lehet kiszámítani a nőknek az összes dolgozón belüli arányát a nők állománycsoportonkénti részarányaiból a 2008-as évben! (Az összes többi évre, illetve a férfiakra nézve azonos módszerrel kiszámíthatók az összetett viszonyszámok.)

1. Aggregát forma:

Ebben az esetben a 2008. évben a cégnél dolgozó összes nő létszámát (295 fő) kell viszonyítani az összes dolgozó létszámához (772 fő).

$$\bar{V} = \frac{\sum A}{\sum B} = \frac{295}{772} = 0,3821 \rightarrow 38,2\%.$$

Értelmezés: 2008-ban az összes dolgozó 38,2%-a volt nő.

2. Súlyozott számtani átlagforma:

Ez esetben a nőknek az egyes állománycsoportonkénti részviszonyszámait (szak-képzetleneknél 37,0%, szakképzetteknel 37,0%, diplomásoknál 71,4%) kell súlyozni az egyes állománycsoportok összlétszámával (szakképzetlen 230 fő, szak-képzett 514 fő, diplomás 28 fő).

$$\bar{V} = \frac{\sum BV}{\sum B} = \frac{230 \cdot 0,37 + 514 \cdot 0,37 + 28 \cdot 0,714}{772} = 0,3821 \rightarrow 38,2\%.$$

Értelemszerűen ezzel a módszerrel is ugyanazt az összetett viszonzszámot kapjuk, mint az aggregát forma esetében, viszont a súlyozott számtani átlagforma előnye, hogy a súlyok helyébe (vagyis a B helyébe) relatív gyakoriságokat, azaz jelen esetben az egyes állománycsoportok arányát is be lehet helyettesíteni. 2008-ban a szakképzetlenek tették ki az összes dolgozó 29,8%-át (230 / 772), a szakképzettek a 66,6%-át (514 / 772), míg a diplomások a 3,6%-át (28 / 772). Ezeket a százalékos megoszlásokat a súlyok szerepét betöltő B értékek helyébe behelyettesítve ugyanúgy megkapjuk a nőknek az összes dolgozón belüli arányát.

$$\bar{V} = \frac{\sum BV}{\sum B} = \frac{29,8 \cdot 0,37 + 66,6 \cdot 0,37 + 3,6 \cdot 0,714}{100} = 0,3821 \rightarrow 38,2\%.$$

Ha a súlyok (azaz a B) szerepét betöltő relatív gyakoriságokat nem százalékos, hanem eredeti, tizedes tört alakjukban helyettesítjük be, akkor még egyszerűbben számíthatjuk az összetett viszonzszámot:

$$\bar{V} = \frac{\sum BV}{\sum B} = 0,298 \cdot 0,37 + 0,666 \cdot 0,37 + 0,036 \cdot 0,714 = 0,3821 \rightarrow 38,2\%.$$

3. Súlyozott harmonikus átlagforma:

Ez esetben a nőknek az egyes állománycsoportonkénti részviszonyszámait (szak-képzetleneknél 37,0%, szakképzetteknel 37,0%, diplomásoknál 71,4%) kell súlyozni harmonikus átlagformában az egyes állománycsoportok női létszámával (szakképzetlen 85 fő, szakképzett 190 fő, diplomás 20 fő).

$$\bar{V} = \frac{\sum A}{\sum \frac{A}{V}} = \frac{295}{\frac{85}{0,37} + \frac{190}{0,37} + \frac{20}{0,714}} = 0,3821 \rightarrow 38,2\%.$$