

# MATEMATIKA KÍSÉRLETI TANKÖNYVEK 9–12. OSZTÁLY

SZÉCHENYI  2020



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

# A tankönyvek



# Szerzők

A tankönyvfejlesztésben részt vettek:

Bálint Zsuzsa,

Barcza István,

Basa István,

Gyertyán Attila

Kelemenné Kiss Ilona,

Szűrös Klára

Tamásné Kollár Magdolna

A tankönyv a Matematika – Közel a mindennapokhoz tankönyvsorozat átdolgozásából született (Nemzeti Tankönyvkiadó, Dömel András, Korányi Erzsébet, Marosvári Péter, alkotószerkesztő: Környei László)

# A tankönyv

## A tankönyv feladata

- Mankó: segítségnyújtás a tanárnak és a diáknak
- Iránytű: világossá kell tenni, hogy mik a kimeneti követelmények
- Inspiráció: a matematika nem érhet véget a tananyagban

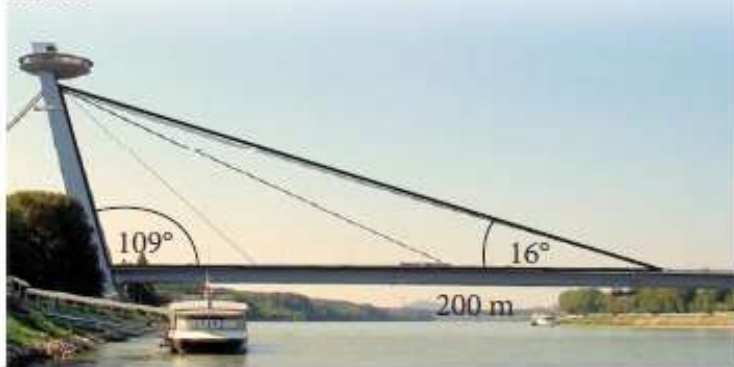
## Kihez szól a tankönyv?

- A tanárhoz: módszerek, feladatok, szemlélet, segítség
- A diákhoz:
  - minden benne van, ami szükséges
  - összefoglal, rendszerez
  - példatárral is kiegészül
  - + : továbbgondolás, elmélyítés, inspiráció

# Valóságközeliség

## BEVEZETŐ

Pozsony egyik nevezetessége az Új Híd (Nový Most), amely a világ egyik legnagyobb egypilléres kábelhídja. A pillér kb.  $109^\circ$ -os szögben dől hátra, hogy megtartsa a híd pályatestét. A pillér lábától kb. 200 méterre van a leghosszabb tartókábel rögzítési helye. A kábel kb.  $16^\circ$ -os szöget alkot a híddal. Milyen hosszú lehet ez a kábel?

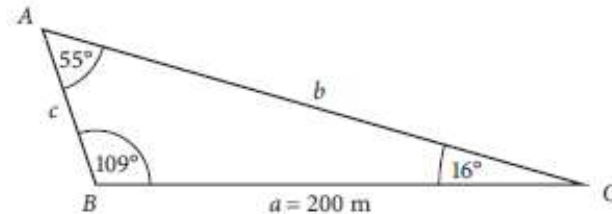


### Megoldás

Ismerjük egy háromszög egyik oldalának hosszát (200 m) és a háromszög szögeit ( $109^\circ$ ,  $16^\circ$  és  $55^\circ$ ). Keressük (a jobb felső ábra jelölésével) a  $b$  oldal hosszát.

A háromszög területét kétféleképpen is felírjuk:

$$T = \frac{200 \cdot c \cdot \sin 109^\circ}{2}, \text{ illetve } T = \frac{b \cdot c \cdot \sin 55^\circ}{2}.$$



Ebből a  $\frac{b \cdot c \cdot \sin 55^\circ}{2} = \frac{200 \cdot c \cdot \sin 109^\circ}{2}$  kétismeretlenes egyenlethez jutunk.

Ha mindkét oldalt megszorozzuk 2-vel és elosztjuk a pozitív  $c$  számmal, akkor már csak egy ismeretlen marad:  $b \cdot \sin 55^\circ = 200 \cdot \sin 109^\circ$ .

Mindkét oldalt elosztva  $\sin 55^\circ$ -kal, megkapjuk, hogy

$$b = \frac{200 \cdot \sin 109^\circ}{\sin 55^\circ} \approx 231 \text{ (m)}.$$

A tartókötél hossza kb. 230 méter lehet.

### Megjegyzés

A  $b \cdot \sin 55^\circ = 200 \cdot \sin 109^\circ$  egyenletet rendezve a

$$\frac{b}{200} = \frac{\sin 109^\circ}{\sin 55^\circ}$$
 összefüggéshez jutunk.

Azt tapasztaljuk, hogy a háromszög két oldalának hányadosa (aránya) egyenlő a velük szemközti szögek szinuszának hányadosával (arányával).



# 1 lecke – 1 tanóra

Benne:

- Bevezető
- Feladatok
- Elmélet
- Házi feladat
- Ráadás

## BEVEZETŐ

Repülőgépek kötélekben repülnek. Az eseményről másodpercenként felvételt készítenek a földről. Mindegyik repülőhöz odarajzoltuk azt az elmozdulásvektort, amely a következő felvételhez tartozik. Látható, hogy két pilóta kicsit hibázott. Melyik kettő, és milyen hibát követett el?



### Megoldás

A képen látható alsó két gép pilótája hibázott. A legelső gép nem tartotta az irányt, a felvétel során tartotta az irányt, de kicsit gyorsabb volt.

## ELMÉLET

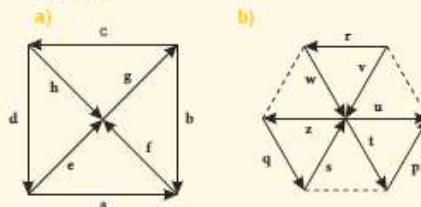
### A hatványozás azonosságai

	Számolási szabályok ha $a$ és $b$ is valós szám, az $m$ és az $n$ pedig egész szám	Példák	
I.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^5 \cdot 2^7 = 2^{10}$	Azonos alapú hatványokat úgy is szorozhatunk, hogy az alapot a kitevők összegére emeljük.
II.	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a \neq 0$ és, $m > n$ .	$3^{10} : 3^6 = 3^4$	Azonos alapú hatványokat úgy is oszthatunk, hogy az alapot a kitevők különbségére emeljük.
III.	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^3)^5 = 2^{15}$	Hatványt úgy is hatványozhatunk, hogy az alapot a kitevők szorzatára emeljük.
IV.	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$30^4 = 3^4 \cdot 10^4$	Szorzat hatványa egyenlő a tényezők hatványának szorzatával.
V.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$	$\left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{2^4}{7^4}$	Hányados hatványa egyenlő a számláló hatványának és a nevező hatványának hányadosával.

Vigyázat: hatványok összeadására és kivonására nincs azonosság!

## HÁZI FELADAT

1. Keresd meg az egyenlő vektorokat és az ellentett vektorokat!



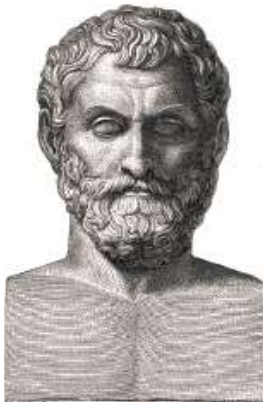
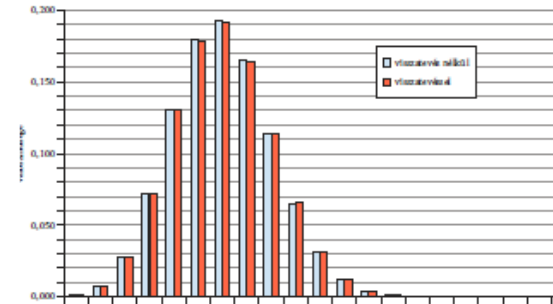
## FELADAT

1. Fejezd ki egyetlen hatványként!
- a)  $6^3 \cdot 6^4 \cdot 6^5$       c)  $(b^5)^2$   
 b)  $7,5^4 : 7,5^2$       d)  $(-9)^4 \cdot (-9)^3$
4. Melyik nagyobb?
- a)  $(-1,8)^4$  vagy  $-1,8^4$       c)  $0,7^4$  vagy  $0,8^4$   
 b)  $(-1,8)^5$  vagy  $-1,8^5$       d)  $0,7^4$  vagy  $0,7^5$

# Hangsúlyok

Statisztika

Matematikatörténet

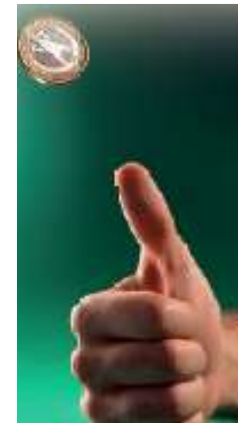


## Valószínűségyszámítás



Erdős Pál (1913–1996)

A XX. század egyik legtevékenyebben területein tevékeny kapcsolatos eredménytel. Híres volt problémáfelvételéről és munkásságáról.



# Stílus, nyelvezet

Fiatalos stílus

Vagány grafikai megoldások



A morzeábécé két karaktert használ a betűk és számok megjelenítésére: pontot és vonalat. Hány különböző jelet lehet készíteni, ha egy jel legfeljebb 5 karakter hosszúságú lehet? Elegendő-e ennyi jel a magyar ábécé betűinek, az írásjeleknek (pont, vessző, pontosvessző, kérdőjel és felkiáltójel) és a tíz számjegyeknek a megjelenítéséhez? (A kettős betűket két betűként is meg lehet jeleníteni!)

A	..	J	----	S	...	2	.....
B	----	K	---	T	-	3	.....
C	----	L	----	U	...	4	.....
D	---	M	--	V	----	5	.....
E	.	N	--	W	---	6	.....
F	----	O	---	X	----	7	.....
G	---	P	----	Y	----	8	.....
H	----	Q	----	Z	----	9	.....
I	..	R	---	1	.....	0	.....

A jelenleg használatos nemzetközi morzeábécé

A colorful illustration of a soldier in a green uniform and cap, sitting in a trench. He is using a radio and a typewriter. A purple alien spaceship is flying in the sky above him.

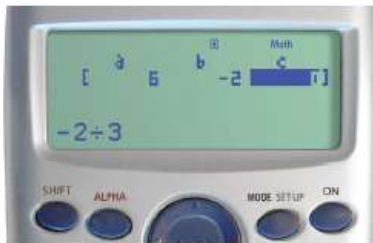
A colorful illustration of a woman with blonde hair, wearing a black t-shirt with a graphic and the word 'ALLANIE' on it. She is holding a white cup with a red straw.



# Számológéphasználat

A számológépekben sokkal több funkció rejlik,  
mint amire használják!

## Másod- és harmadfokú egyenletek megoldása



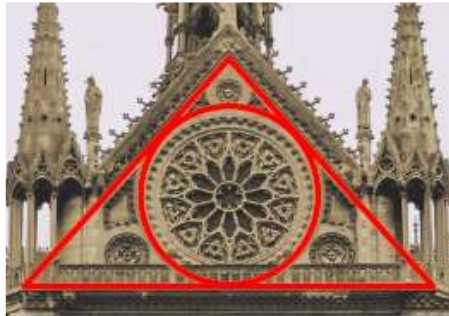
Ugyanezen számológéptípusok segítségével könnyedén meghatározhatod a másodfokú egyenlet mindkét megoldását. Ezt a funkciót többnyire a **MODE** gomb megnyomásával tudod elérni. Itt válaszd ki az **EQN** (equation = egyenlet) opciót, majd ezen belül a másodfokú egyenletet (**QUAD** vagy  $ax^2 + bx + c = 0$ )!

Az egyenlet együtthatóit az  $a$ ,  $b$ ,  $c$  értékek alatt adhatod meg, az **=** gomb megnyomásával. A negatív együtthatók megadásához használd a **(-)** gombot! A mezők között a

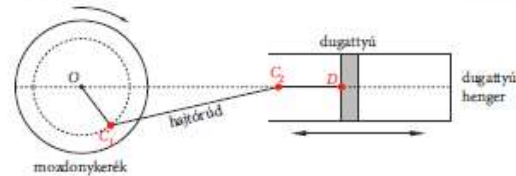
nyílombok segítségével is mozoghatsz. Az utolsó együttható megadása után az **=** gomb ismételt megnyomásával kapod meg az első és a második megoldást is. Az együtthatók között a fel-le nyílombokkal is tudsz váltani. Ha a másodfokú egyenletnek nincs megoldása (tehát a diszkrimináns negatív), azt a számológép a **MATH ERROR** hibaüzenettel jelzi.



# Kapcsolódás más tantárgyakhoz és a művészetekhez



tyű csak  
a  $C_1$  pont  
i henger-  
egít az  $O$ ,



**Megoldás:**  
Alkalmazzuk a koszinusz-tételt:  
 $309^2 = 282^2 + 233^2 - 2 \cdot 282 \cdot 233 \cdot \cos \alpha$ . Ebből:  
 $\cos \alpha = \frac{282^2 + 233^2 - 309^2}{2 \cdot 282 \cdot 233} \approx 0,292$ , amiből  $\alpha \approx 73^\circ$ .

**Megjegyzés:**  
Figyeld meg a földgömbön, hogy sokkal nagyobb földrajzi távolságok esetén miért lesz pontatlan ez a számolás! Vajon milyen irányban van a „legközelebbi” a Föld felelően pl. Budapest és San Francisco?



Egy vízmolekulában a két oxigénatom közötti távolság körülbelül  $104,5^\circ$ , a hidrogénatomok közötti távolság körülbelül  $100 \text{ pm}$  (1 pm =  $10^{-12} \text{ m}$ ).

Hány pm távolságra van egy hidrogénatom a másikhoz?



# Átdolgozás

- Jó-e a háttérprojekt?
- Gyakorlás szerepe
- Feladatgyűjtemény
- Tétel és definíció



# Végkifejlet

Nagyot léptünk előre.

Szakmailag pontos,

érdekes,

szerteágazó,

sok támogatást nyújtó

matematika-tankönyvek készültek.



# KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

[www.ofi.hu](http://www.ofi.hu)

**SZÉCHENYI** 



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

Európai Unió  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**