

## NT-17312 Az érthető matematika 11. Tanmenetjavaslat

*Idézet a 3.2.04. kerettantervből (11–12. évfolyam, bevezetés):*

„Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. [...] Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. [...]

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. [...] Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. [...]

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.”

Az alábbi segédanyag *Az érthető matematika* tankönyvsorozat átdolgozott kiadásának harmadik kötetéhez (NT-17312) készült. A 11. osztályos tananyag egy lehetséges feldolgozását 111 órára (37 tanítási hét, heti 3 óra) készítettük el.

A táblázat első oszlopában a tanítási óra sorszámát, a másodikban az óra anyagát (általában a megfelelő tankönyvi lecke címe) tüntettük fel, míg a harmadik oszlopban az órához kapcsolódó fontosabb módszerek, fogalmak, tételek olvashatók. A második oszlopban dőlt betűvel szedtük a tankönyvi leckék címétől eltérő órákat (például *Gyakorlás, Dolgozat*).

Általános elvként 3–6 óránként egy-egy gyakorló órát szűrtünk be, a javasolt nyolc témazáró dolgozatot pedig igyekeztünk időben egyenletesen elhelyezni (10-12, max. 15 óránként).

A tanmenetjavaslat elsősorban a középszintű érettségi vizsgához tartalmazza a tananyagot. Az emelt szintű anyagrészeket, valamint a kiegészítő olvasmányokat külön (piros) színnel jelöltük.

A tervezetünk csak alapot adó, iránymutató **javaslat**. A konkrét osztály összetételétől (a tanulók képességei, motiválási lehetőségek, az osztály irányultsága [reál, humán] függően bátran eltérhetünk az alábbi tanmenettől. Érdeklődőbb gyerekekkel az olvasmányokat is elemezhetjük (ezek egy részét a diákok akár önállóan is feldolgozhatják), erősebb csoportban egyes emelt szintű részeket is megemlíthetünk az órán. (Időt nyerhetünk például a dolgozatok megbeszélésekor vagy az év végi ismétlő feladatokra szánt idő csökkentésével.)

36 tanítási hét esetén 108 tanítási órával számolhatunk. A három óratöbbletet több helyről is elvehetjük: ez lehet valamelyik gyakorló óra (elsősorban akkor, ha több *Gyakorlás* szerepel viszonylag közel egymáshoz); időnyerés céljából átütemezhetjük és ritkíthatjuk a gyakorló órákat; kihagyható valamelyik, a tanmenetben azonos címmel szereplő duplázó óra (ilyet akkor érdemes választani, ha a megfelelő témakör alaposabb vagy mélyebb gyakorlására nincs szükség); végül elhagyhatunk az év végi ismétlő órákból is.

Ugyanakkor a tanmenetjavaslat 3-nál magasabb heti óraszám esetén is alkalmazható, a kiegészítő és emelt szintű részek arányos bevonásával.

Budapest, 2015. május

*Orosz Gyula*

	Hatvány, gyök, logaritmus	A tanítandó tananyag, fogalmak, tételek
1.	Vegyes algebrai feladatok – ismétlés	Algebrai műveletek, azonosságok – ismétlés
2.	Egész kitevőjű hatványok, azonosságok	A hatványozás azonosságai
3.	Az $n$ -edik gyök és azonosságai	$n$ -edik gyökvonás; a gyökvonás azonosságai
4.	Racionális kitevőjű hatvány, permanenciaelv	Azonosságok kiterjesztése, racionális kitevőjű hatványozás
5.	<i>Gyakorlás</i>	
6.	Az exponenciális függvény	Exponenciális függvény, tulajdonságok (alaptól függő monotonitás)
7.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális alapegyenletek (azonos alap, különböző alap)
8.	<i>Gyakorlás</i>	
9.	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Exponenciális egyenletrendszerek
10.	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Exponenciális egyenlőtlenségek (a relációs jel kezelése)
11.	Gyakorlati alkalmazások; <i>összefoglalás</i>	Exponenciális folyamatok a gyakorlati életben
12.	<i>1. dolgozat</i>	
13.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	
14.	A logaritmus fogalma <i>A természetes alapú logaritmus és egyéb matematikatörténeti érdekességek (olvasmány)</i>	A logaritmus fogalma, 10-es alapú logaritmus <b>(Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)</b>
15.	A logaritmusfüggvény	Logaritmusfüggvény; a logaritmusfüggvény tulajdonságai
16.	A logaritmus azonosságai	Logaritmusos azonosságok
17.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos egyenletek
18.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos egyenletek megoldási módszerei
19.	<i>Gyakorlás</i>	
20.	Logaritmusos egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Logaritmusos egyenletrendszerek megoldási módszerei
21.	Logaritmusos egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Logaritmusos egyenlőtlenségek megoldási módszerei
22.	<i>Gyakorlás</i>	
23.	Gyakorlati alkalmazások <i>Közelítő értékek (olvasmány)</i>	Gyakorlati alkalmazások (exponenciális, logaritmus függvény; folyamatok) <i>Közelítő értékek; hiba, hibaterjedés</i> Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.
24.	<i>Összefoglalás</i>	
25.	<i>2. dolgozat</i>	
26.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	

<b>Trigonometria</b>	
----------------------	--

27.	Skalárszorzás	Skaláris szorzat; a skalárszorzás tulajdonságai
28.	Skalárszorzással megoldható feladatok a koordináta-rendszerben	Alap(bázis-)vektorok; skalárszorzás és koordináták
29.	<i>Gyakorlás</i>	
30.	A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása 1.	Geometriai trigonometriai tételek forgásszögekre
31.	A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása 2.	A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása; gyakorlati feladatok
32.	Speciális szögek szögfüggvényei	Ellentett, pót-, és kiegészítő szögek szögfüggvényei
	<i>Addíciós tételek (emelt szint)</i>	Csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén: összegzési tételek, fáziseltolás módszere, kétszeres szögek szögfüggvényei. (Az egyszerűbb tételek említés szintjén kerülhetnek elő.)
33.	Trigonometrikus egyenletek 1.	Alapegyenletek, alapegyenlőtlenségek
34.	Trigonometrikus egyenletek 2.	Trigonometrikus egyenletek megoldási módszerei; gyakorlati feladatok
35.	<i>Gyakorlás</i>	
36.	Trigonometrikus egyenletek	Speciális megoldási módszerek (szorzattá alakítás, alapegyenlet alkalmazása)
37.	Trigonometrikus egyenletek	Speciális megoldási módszerek (egyenletrendszerre vezető helyettesítés)
	Trigonometrikus egyenlőtlenségek (emelt szint)	Trigonometrikus egyenlőtlenségek Az egyszerűbb feladatokat gyakorlás keretében minden csoportban, a <b>nehezebb feladatokat csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén javasoljuk.</b>
38.	<i>Gyakorlás</i>	
	<i>Skaláris szorzat geometriai alkalmazásai (olvasmány)</i>	Az egyszerűbb feladatokat gyakorlás keretében minden csoportban, a <b>nehezebb feladatokat csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén javasoljuk.</b>
39.	Válogatás érettségi előkészítő feladatsorokból	
40.	<i>Összefoglalás</i>	
41.	<i>3. dolgozat</i>	
42.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	

	<b>Függvények</b>	
43.	Az inverz függvény fogalma, elsőfokú függvény inverze (ismétlés)	Inverz függvény
44.	Gyakrabban előforduló függvények és inverzeik (ismétlés)	Egyszerű függvények inverzei
45.	<i>Gyakorlás</i>	
46.	Trigonometrikus alapfüggvények jellemzése	A trigonometrikus alapfüggvények tulajdonságai
47.	Függvénytranszformációk általános vizsgálata	Függvénytranszformációk; változó és érték transzformációja
48.	<i>Gyakorlás</i>	
49.	Összetett trigonometrikus függvények ábrázolása és jellemzésük	Összetett trigonometrikus függvények (transzformációk, ábrázolás, jellemzés)
50.	Összetett trigonometrikus függvények ábrázolása és jellemzésük	
51.	<i>Gyakorlás</i>	
52.	Egyenletek grafikus megoldása	A grafikus megoldása módszere
	Egyenlőtlenségek grafikus megoldása (emelt szint)	Az egyszerűbb feladatokat gyakorlás keretében minden csoportban, <b>a nehezebb feladatokat csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén javasoljuk.</b>
53.	<i>Gyakorlás</i>	Vegyes és összetettebb feladatok
54.	Gyakorlati problémák vizsgálata	A függvényekkel kapcsolatos gyakorlati problémák
55.	<i>Összefoglalás</i>	
56.	<i>4. dolgozat</i>	
57.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	
	<b>Koordinátagéometria</b>	
58.	Egyértelmű vektorfelbontási tétel	Egyértelmű vektorfelbontási tétel
59.	Egyértelmű vektorfelbontási tétel	Vektorok és koordináták (helyvektor; összeg- és különbségvektor, vektor számszorosa, vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottja)
60.	Felezőpont, súlypont, osztópont koordinátái (ismétlés)	Felezőpont, súlypont koordinátái
61.	Felezőpont, súlypont, osztópont koordinátái (ismétlés)	Adott arányú osztópont koordinátái
62.	<i>Gyakorlás</i>	
63.	Skaláris szorzat koordinátákkal	Skaláris szorzat koordinátákkal, vektorok szöge
64.	Skaláris szorzat koordinátákkal	Vektor négyzete, vektor hossza, két pont távolsága koordinátákból
65.	<i>Gyakorlás</i>	
	<i>A beírt kör középpontjának koordinátái (olvasmány, nem érettségi tananyag).</i>	<i>A beírt kör középpontjának koordinátái</i> <b>(Heti 3-nál magasabb óraszám esetén, erősebb csoportban.)</b>
66.	<i>Összefoglalás</i>	
67.	<i>5. dolgozat</i>	

68.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	
69.	Az egyenes normálvektoros egyenlete	Normálvektor; az egyenes normálvektoros egyenlete
70.	Egyenes irányvektoros egyenlete, két ponton átmenő egyenes egyenlete	Irányvektor; az egyenes irányvektoros egyenlete; két ponton átmenő egyenes egyenlete
71.	<i>Gyakorlás</i>	
72.	Írányszög, iránytangens, iránytényező egyenlet	Írányszög; iránytangens; az egyenes iránytényező egyenlete
73.	Metszéspont meghatározása	Két egyenes metszéspontja
74.	<i>Gyakorlás</i>	
75.	A párhuzamosság és a merőlegesség koordináta-geometriai feltétele	Párhuzamos és merőleges egyenesek; koordinátagometriai feltételek
	<i>Geometriai transzformációk és koordináták (olvasmány)</i>	Az egyszerűbb feladatokat gyakorlás keretében minden csoportban, <b>a nehezebb feladatokat csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén javasoljuk.</b>
76.	Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága)	Pont és egyenes, két párhuzamos egyenes távolsága
77.	<i>Gyakorlás</i>	
78.	Adott középpontú és sugarú kör egyenlete	A kör egyenlete a koordinátasíkon
79.	Kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet	A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata
80.	<i>Gyakorlás</i>	
81.	Egyenes és kör kölcsönös helyzete	Egyenes és kör kölcsönös helyzetei (metszéspont, érintési pont)
82.	Adott pontban húzott és adott irányú érintők meghatározása	Körhöz húzott érintők
83.	<i>Gyakorlás</i>	
	Két kör kölcsönös helyzete, érintkező körök (emelt szint)	<b>Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.</b>
84.	Ponthalmazok a koordinátasíkon (egyenlet, egyenlőtlenség, mértani hely)	Ponthalmazok a koordinátasíkon (egyenlet, egyenlőtlenség, mértani hely)
	<i>Parabola és a másodfokú egyenlet (olvasmány, emelt szint)</i>	<b>Síkgeometriai és koordinátagometriai parabola (Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)</b>
	<i>Kúpszeletek (olvasmány, nem érettségi tananyag)</i>	<b><i>Kúpszeletek (ellipszis, hiperbola)</i></b> Csak kiegészítő anyagként, heti 3-nál magasabb óraszám esetén, erősebb csoportban javasoljuk.
85.	Alkalmazások	Koordinátagometriai alkalmazások; gyakorlati feladatok
86.	<i>Összefoglalás</i>	
87.	<i>6. dolgozat</i>	
88.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	

	<b>Kombinatorika, gráfok</b>	
89.	Ismétlés	A kombinatorika módszerei (leszámolások; skatulyaelv, invariáns mennyiségek, komplementer leszámolás módszere)
90.	Binomiális együtthatók <i>Binomiális tétel, Pascal-háromszög (olvasmány)</i>	Kombinációk; binomiális együtthatók <b>(Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)</b>
91.	Gyakorlófeladatok <i>A kombinatorika leggyakoribb leszámolási struktúrái (olvasmány)</i>	Leszámolási módszerek, összetett feladatok Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.
92.	A gráfmodell	Gráf; gráfok alkotóelemei; modellezés
93.	A gráfmodell alkalmazása; gráfok egyenlősége	Gráfok tulajdonságai, egyenlősége; irányított gráf
94.	Gráfok jellemzői	Gráfok jellemzői; <b>teljes gráf éleinek száma; fokszám-tétel</b>
95.	Vegyes feladatok (gráfok) <i>Néhány érdekes gráfelméleti probléma (olvasmány)</i>	Gráfelméleti vegyes feladatok <b>Kiegészítő anyag; speciális órák színesítéséként javasoljuk a megbeszélését.</b>
96.	<i>Gyakorlás</i>	
97.	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások
98.	<i>Összefoglalás</i>	
99.	<i>7. dolgozat</i>	
100.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	
	<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>	
101.	Bevezetés	Fogalmak ismételése
	Független események (emelt szint)	<b>Független események (Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)</b>
102.	Binomiális eloszlás	Binomiális eloszlás; az eloszlás jellemzői
103.	Statisztikai mintavétel (visszatevéssel vagy visszatevés nélkül) <i>Játékok elemzése (olvasmány)</i>	Statisztikai mintavétel visszatevéssel, illetve visszatevés nélkül <b>(Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)</b>
104.	Statisztika körülöttünk	Statisztikai jelenségek; grafikonok elemzése, manipuláció
105.	<i>Összefoglalás</i>	
106.	<i>7. dolgozat</i>	
107.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>	
	<b>Év végi ismétlés</b>	
108.	<i>Vegyes feladatok</i>	
109.	<i>Vegyes feladatok</i>	
110.	<i>Vegyes feladatok</i>	
111.	<i>Vegyes feladatok</i>	